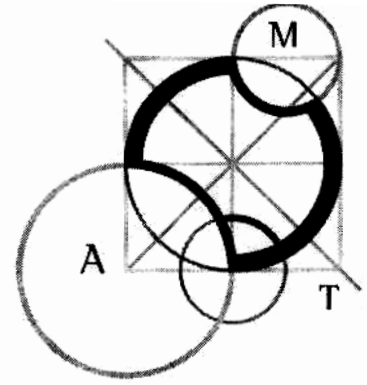


AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION

AN ACTIVITY OF THE AUSTRALIAN MATHEMATICS TRUST



مسابقه‌ی ریاضی استرالیا

پایه: دوم و سوم راهنمایی

تاریخ: ۱۳۹۲/۵/۱۰

زمان: ۹۰ دقیقه

• دانش آموز عزیز لطفاً به موارد زیر توجه کنید.

- محاسبات خود را در برگه‌ی چرک‌نویس انجام دهید و در دفترچه‌ی سؤال چیزی ننویسید.
- در این دفترچه ۲۵ سؤال وجود دارد که هر کدام ۵ گزینه دارد. پاسخ صحیح را در پاسخ‌نامه علامت بزنید. (اگر برای یک سؤال دو پاسخ را علامت بزنید، نمره‌ای نمی‌گیرید.)
- ۵ سؤال آخر را حل کنید و ارقام پاسخ نهایی آن را در پاسخ‌نامه پر کنید. (پاسخ می‌تواند عددی بین صفر تا ۹۹۹ باشد.)
- تا زمانی که به شما گفته نشده است دفترچه‌ی سؤال را باز نکنید. موفق باشید.

شیوه‌ی پر کردن گزینه‌ی پاسخ برای سؤال‌های ۱ الی ۲۵

YOUR ANSWER

$2 + 3 = ?$

A. 23

B. 6

C. 35

D. 5

E. 1

(A) (B) (C) (D) (E)

شیوه‌ی پر کردن گزینه‌ی پاسخ برای سؤال‌های ۲۶ الی ۳۰

1 digit

$2 + 3 =$

0	0	5
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

2 digits

$20 + 21 =$

0	4	1
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

3 digits

$200 + 11 =$

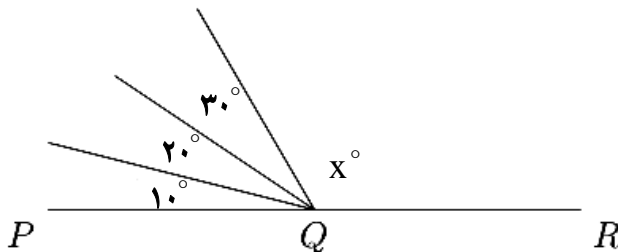
2	1	1
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

پرسش‌های ۱ تا ۱۰ هر کدام ۳ امتیاز دارند.

۱- حاصل عبارت $۱۹۹۹ + ۲۴$ کدام است؟

- A) ۱۹۲۳ B) ۲۰۰۳ C) ۲۰۱۳ D) ۲۰۲۳ E) ۲۱۱۳

۲- PQR یک خط راست است، مقدار X را بیابید.



- A) ۴۰ B) ۹۰ C) ۱۰۰ D) ۱۱۰ E) ۱۲۰

۳- مقدار کسر $\frac{1}{4}$ ، به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟

- A) $0/45$ B) $0/6$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{2}{5}$

۴- حاصل کدام یک از عبارت‌های زیر، برابر ۲۰ است؟

- A) $۳ + ۲ \times ۴$ B) $(۹ + ۵) \times ۲ - ۴ \times ۲$ C) ۱۰^2
D) $۲۰ + ۲۰ \div ۲$ E) $۱۰ \div ۲$

۵- از ۸:۳۷ صبح تا ۱۰:۱۶ صبح، چند دقیقه است؟

- A) ۳۹ B) ۷۹ C) ۹۹ D) ۱۴۱ E) ۱۷۹

۶- سه مربع به مساحت ۲۵ سانتی مترمربع را طوری کنار هم چسبانده‌ایم تا یک مستطیل به وجود بیاید. محیط این مستطیل چند سانتی متر است؟

- A) ۲۰ B) ۳۶ C) ۴۰ D) ۷۵ E) ۱۰۰

۷- اگر رقم‌های یک عدد طبیعی ۳ یا ۵ باشد، آن عدد همیشه ... است.

(A) بر ۳ بخش پذیر

(B) بر ۵ بخش پذیر

(C) اول

(D) زوج

(E) فرد

۸- بر روی محور اعداد صحیح، P متناظر با عدد $0/56$ و Q متناظر با عدد $1/2$ است. نقطه وسط P و Q کدام است؟

- A) $0/34$ B) $0/64$ C) $0/83$ D) $0/88$ E) $0/93$

۹- اگر مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $\hat{A} = 40^\circ$ ، تمام مقادیر ممکن برای \hat{B} کدام است؟

- A) 40° B) $40^\circ, 70^\circ$ C) $40^\circ, 100^\circ$ D) $70^\circ, 100^\circ$ E) $40^\circ, 70^\circ, 100^\circ$

۱۰- در کلاس گلناز، تعداد نیمکت‌های هر ردیف با هم برابر است. نیمکت گلناز، سومی از جلوی کلاس و دومی از آخر کلاس است و یک نیمکت در چپ آن و چهار نیمکت در سمت راست آن وجود دارد. در این کلاس چند نیمکت وجود دارد؟

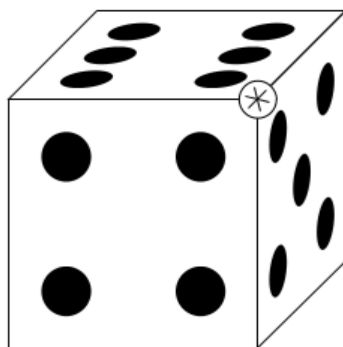
- A) ۲۰ B) ۲۴ C) ۲۵ D) ۲۸ E) ۳۰

پرسش‌های ۱۱ تا ۲۰ هر کدام ۴ امتیاز دارد.

۱۱- وحید برای رفتن به مدرسه، دو راه دارد: یا پیاده به مدرسه برود و با اتوبوس از مدرسه به خانه برگردد؛ یا با اتوبوس به مدرسه برود و پیاده برگردد. در هر حالت، کل زمانی که در راه است، ۴۰ دقیقه است. اگر او با اتوبوس برود و برگردد، کل زمان، ۲۰ دقیقه خواهد شد. اگر او بخواهد پیاده برود و پیاده هم برگردد، کلاً چه قدر در راه خواهد بود؟

- A) ۳۰ B) ۴۰ C) ۵۰ D) ۶۰ E) ۸۰

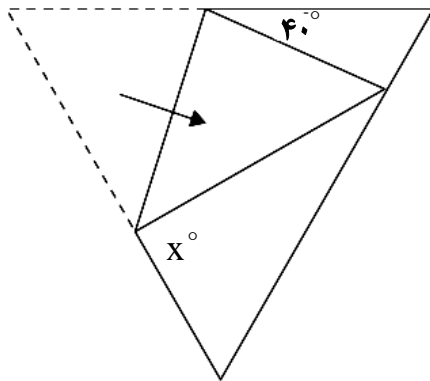
۱۲- در یک تاس استاندارد، مجموع اعداد وجه‌های مقابل هم، ۷ است. بازی «گوشه» این طوری است که با چشم بسته تاس را می‌ریزیم و در همان حالت که چشمانمان بسته است، یک گوشه از تاس را انتخاب می‌کنیم. سپس عددهای وجه‌هایی را که آن گوشه از تقاطع آن‌ها به وجود آمده، جمع می‌زنیم. مثلاً در شکل زیر، امتیاز گوشه‌ی انتخاب شده، $4 + 5 + 6 = 15$ است.



کدام یک از عددهای زیر نمی‌تواند امتیاز گوشه‌ها در این بازی باشد؟

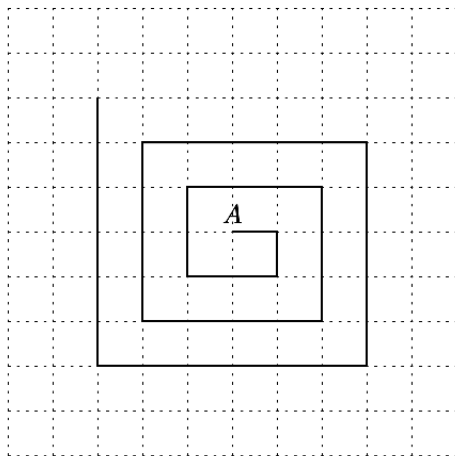
- A) ۶ B) ۷ C) ۸ D) ۹ E) ۱۰

۱۳- یک تکه کاغذ به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع داریم که مطابق شکل زیر، یک گوشه‌ی آن تا شده‌است. مقدار X چند درجه است؟



- A) 6° B) 7° C) 8° D) 9° E) 10°

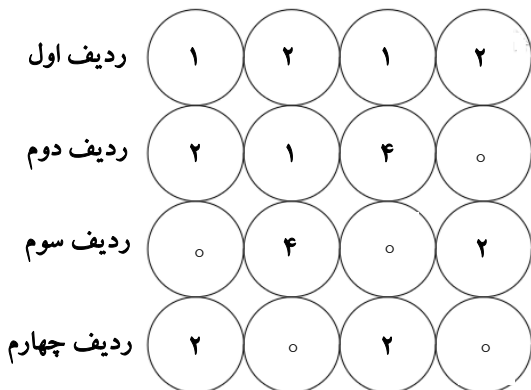
۱۴- سهیل از نقطه‌ی A شروع کرد و با رسم پاره‌خط روی شبکه‌های ۱ سانتی‌متری شکل زیر، مارپیچی رسم کرد. اگر او این الگو را مطابق شکل ادامه بدهد، طول ۹۷امین پاره‌خط چند سانتی‌متر است؟



- A) ۴۶ B) ۴۷ C) ۴۸ D) ۴۹ E) ۵۰

۱۵- شانزده صفحه‌ی دایره‌ای شکل را در چهار ردیف چهارتایی چیده‌ایم. روی یک طرف هر کدام، عددی نوشته شده و طرف دیگر آن، قرمز یا سبز است. عدد روی هر صفحه نشان می‌دهد که چند صفحه‌ی دایره‌ای سبزرنگ، با آن در تماس هستند.

کدام جمله درباره‌ی شکل روبه‌رو درست است؟



- (A) تعداد صفحه‌های سبزرنگ در همه‌ی ردیف‌ها با هم برابر است.
 (B) تعداد صفحه‌های سبز ردیف اول، از بقیه‌ی ردیف‌ها بیش‌تر است.
 (C) تعداد صفحه‌های سبز ردیف دوم، از بقیه‌ی ردیف‌ها بیش‌تر است.
 (D) تعداد صفحه‌های سبز ردیف سوم، از بقیه‌ی ردیف‌ها کم‌تر است.
 (E) تعداد صفحه‌های سبز ردیف چهارم، از بقیه‌ی ردیف‌ها کم‌تر است.

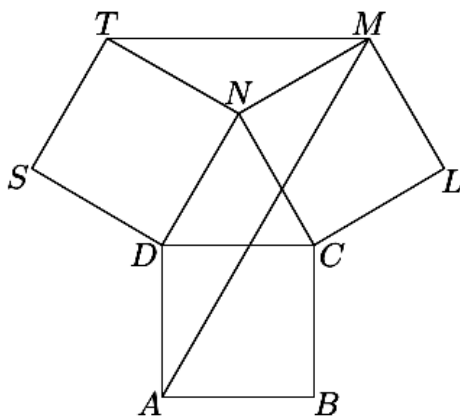
۱۶- این هفته رفتم خرید و لیست خرید را اشتباه خواندم و ۵ تا نان و ۲ بطری شیر خریدم. پس از این که متوجه اشتباهم شدم، به فروشگاه برگشتم و همه‌ی اجناس را پس دادم و ۲ تا نان و ۵ بطری شیر خریدم. با این کار ۴۲۰ تومان به من برگرداندند. کدام جمله درباره‌ی مقایسه‌ی قیمت نان و بطری شیر، درست است؟

- (A) یک عدد نان، ۱۴۰ تومان از یک بطری شیر گران‌تر است.
 (B) یک عدد نان، ۶۰ تومان از یک بطری شیر گران‌تر است.
 (C) یک عدد نان، ۴۲ تومان از یک بطری شیر گران‌تر است.
 (D) یک عدد نان، ۶۰ تومان از یک بطری شیر ارزان‌تر است.
 (E) یک عدد نان، ۱۴۰ تومان از یک بطری شیر ارزان‌تر است.

۱۷- با وارد کردن عدد صفر در ماشین حساب، یک محاسبه‌ی پنج مرحله‌ای را شروع کردم به طوری که در هر مرحله، یا ۱ واحد به عدد قبلی اضافه کردم، یا عدد قبلی را در ۲ ضرب کردم. کوچک‌ترین عددی که نمی‌تواند نتیجه‌ی آخر چنین محاسباتی باشد، چیست؟

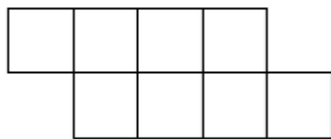
- A) ۱۱ B) ۱۰ C) ۹ D) ۸ E) ۷

۱۸- مربع‌های شکل زیر، هر سه با هم برابر هستند. زاویه‌ی \widehat{AMT} چند درجه است؟



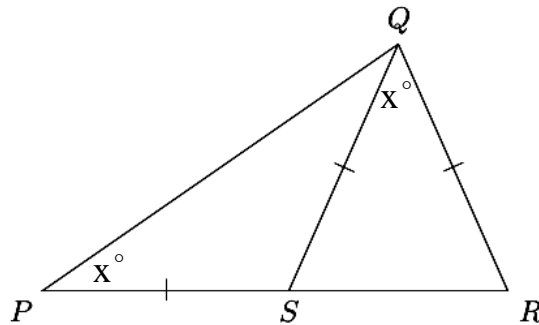
- A) 45° B) 50° C) 55° D) 60° E) 75°

۱۹- با هشت تا کاشی مربع شکل 1×1 ، شکلی مانند شکل زیر را ساخته‌ایم. دو کاشی دیگر به آن اضافه خواهیم کرد به طوری که حداقل یک ضلع از هر کاشی جدید به یک ضلع از شکل قدیم بچسبد. اکنون شکل‌های مختلفی می‌توان با این شرایط ساخت که محیط‌های گوناگونی دارند. حاصل جمع بیش‌ترین و کم‌ترین محیط ممکن برای شکل‌های جدید، چقدر است؟



- A) ۲۸ B) ۳۰ C) ۳۲ D) ۳۴ E) ۳۶

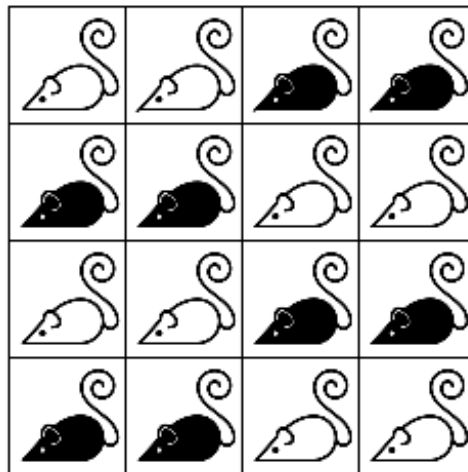
۲۰- در مثلث $\triangle PQR$ ، نقطه‌ای روی پاره خط PR است، به طوری که مثلث‌های $\triangle PQS$ و $\triangle SQR$ هر دو متساوی‌الساقین هستند. در شکل زیر زاویه‌ی \widehat{QPS} با زاویه \widehat{SQR} برابر است. X چه قدر است؟



- A) 30° B) 36° C) 40° D) 45° E) 48°

پرسش‌های ۲۱ تا ۲۵ هر کدام ۵ امتیاز دارند.

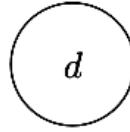
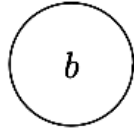
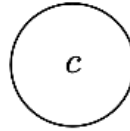
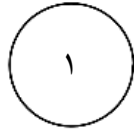
۲۱- یک دانشمند زیست‌شناس، تعدادی قفس حیوانات دارد که به صورت 4×4 کنار هم چیده است. او قصد دارد مانند شکل زیر، در هر قفس، یک موش (سیاه یا سفید) بگذارد به طوری که در همسایگی هر موش، حداقل یک موش سیاه و یک موش سفید داشته‌باشد (قفس‌های همسایه، لااقل یک دیوار مشترک دارند)



موش‌های سیاه، بسیار گران‌تر از سایر موش‌ها هستند، لذا زیست‌شناس قصد دارد تا حد ممکن، تعداد کم‌تری از آن‌ها را در قفس‌ها بگذارد. کم‌ترین تعداد موش سیاه که این زیست‌شناس نیاز دارد کدام است؟

- A) ۴ B) ۵ C) ۶ D) ۷ E) ۸

۲۲- دو سکه داریم که روی هر طرف هر یک از آن‌ها، عددهای مختلفی نوشته شده است.



دو وجه سکه‌ی اول

دو وجه سکه‌ی دوم

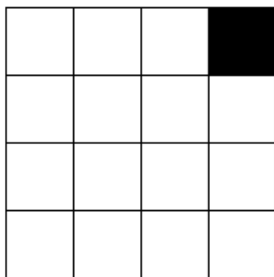
سکه‌ها را روی میزی پرتاب کردیم. دو عددی را که روی آن به طرف ما بود، با هم جمع زدیم. اگر حاصل جمع‌های ممکن در این کار، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ باشد، حاصل جمع $b+c+d$ چیست؟

- A) ۸ B) ۱۸ C) ۲۰ D) ۲۷ E) ۳۰

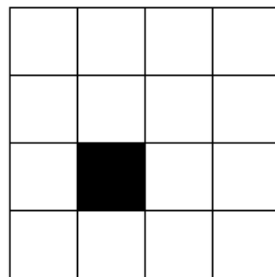
۲۳- یک عدد سه رقمی «تنها»، عددی است که تمام رقم‌هایش فرد باشند. تعداد عددهای «تنها»ی بخش پذیر بر ۳ چیست؟

- A) ۲۰ B) ۲۶ C) ۲۹ D) ۴۱ E) ۴۲

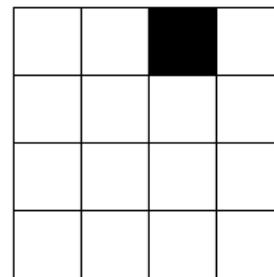
۲۴- مربع‌های 4×4 زیر را در نظر بگیرید که در هر یک از آن‌ها، یک مربع 1×1 حذف شده است (در شکل، آن را سیاه‌رنگ کرده‌ایم)



P

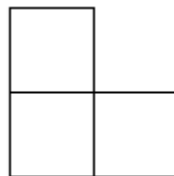


Q



R

با استفاده از کاشی‌هایی به شکل زیر، P، Q و R را کاشی‌کاری کردیم. کدام جمله درست است؟



- (A) فقط P را می‌توان با استفاده از شکل بالا، پوشاند.
 (B) فقط Q را می‌توان با استفاده از شکل بالا، پوشاند.
 (C) فقط R را می‌توان با استفاده از شکل بالا، پوشاند.
 (D) فقط P و Q را می‌توان با استفاده از شکل بالا، پوشاند.
 (E) هر سه شکل را می‌توان با استفاده از شکل بالا، پوشاند.

۲۵- اگر عددهای ۱ تا ۳۰ را پشت سر هم بنویسیم، عددی به صورت زیر ساخته می‌شود:

۱۲۳۴۵۶۷۸۹۱۰۱۱۱۲...۲۹۳۰

سمانه ۴۵ تا از رقم‌های این عدد ۵۱ رقمی را حذف کرد به طوری که ۶ رقم باقی‌مانده با همان ترتیبی که آمده‌اند، بزرگ‌ترین عدد شش‌رقمی ممکن باشند. حاصل جمع رقم‌های این عدد شش‌رقمی چیست؟

- A) ۳۳ B) ۳۸ C) ۴۱ D) ۴۳ E) ۵۱

برای پاسخ‌گویی به پرسش‌های ۲۶ تا ۳۰، جواب هر کدام را که عددی است بین ۰ تا ۹۹۹، در محلی که در پاسخ‌نامه مشخص شده‌است، سیاه کنید.

پرسش ۲۶، ۶ امتیاز - پرسش ۲۷، ۷ امتیاز - پرسش ۲۸، ۸ امتیاز - پرسش ۲۹، ۹ امتیاز و پرسش ۳۰، ۱۰ امتیاز دارد.

۲۶- رشته‌ای از حروف را که با دو حرف A یا B ساخته شده‌اند، در نظر بگیرید. مثل رشته‌ی زیر

ABAABABBA

این رشته را زمانی «ایستا» می‌نامیم که اگر از سمت چپ تعداد A ها و تعداد B ها را در رشته بشماریم، در هیچ مرحله‌ای اختلاف تعداد آن‌ها از یک بیش‌تر نشود. به عنوان مثال، رشته‌ی ABBABA، «ایستا» است، ولی رشته‌ی AABBBAB، ایستا نیست، زیرا بعد از شمردن دو تا حرف اول از سمت چپ که هر دو، A هستند، هنوز حرف B نداریم. بنابراین اختلاف تعداد A ها و B ها، $2+0=2$ خواهد شد. با این تعریف، چند رشته‌ی ایستای هیجده حرفی می‌توان نوشت؟

۲۷- هر گاه کاوه، تاریخی میلادی به شکل $۱۳/۲۰/۱۸$ می‌بیند، اشتباهاً آن را دو تقسیم پشت سر هم تصور می‌کند که دومی، قبل از اولی انجام می‌شود:

$$۱ \div (۸ \div ۲۰۱۳) = ۲۵۱ \frac{۵}{۸}$$

حاصل بعضی از تاریخ‌ها مانند تاریخ بالایی، عددی صحیح نیست. ولی حاصل بعضی دیگر مانند $۲۸/۷/۲۰۱۳$ ، عددی صحیح است:

$$۲۸ \div (۷ \div ۲۰۱۳) = ۸۰۵۲$$

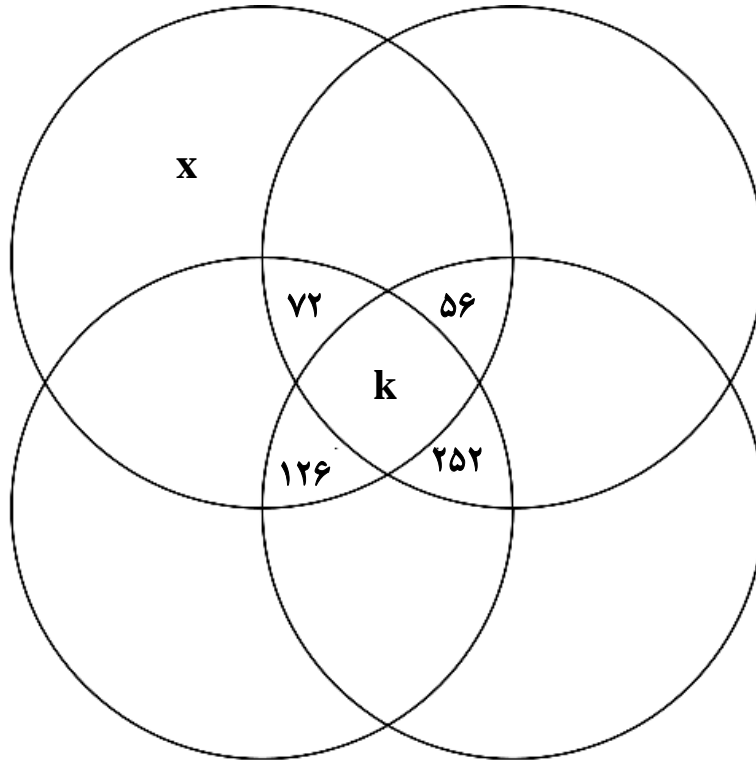
در این سال میلادی، چند تاریخ (به ترتیب سال/ماه/روز) هست که به عدد صحیح منجر می‌شود؟

*توضیح برای دانش‌آموزان ایرانی: امسال، سال ۲۰۱۳ میلادی است و تعداد روزهای ماه‌های میلادی در جدول زیر آمده است:

شماره	نام ماه	تعداد روزها
۱	ژانویه	۳۱
۲	فوریه	۲۸
۳	مارس	۳۱
۴	آوریل	۳۰
۵	می	۳۱
۶	ژوئن	۳۰
۷	ژولای	۳۱
۸	آگوست	۳۱
۹	سپتامبر	۳۰
۱۰	اکتبر	۳۱
۱۱	نوامبر	۳۰
۱۲	دسامبر	۳۱

۲۸- کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت که می‌توان آن را هم به صورت مجموع نه عدد صحیح متوالی، هم مجموع ده عدد صحیح متوالی و هم مجموع یازده عدد صحیح متوالی نوشت، کدام است؟ (توضیح: متوالی یعنی پشت سر هم)

۲۹- هر یک از دایره‌های شکل زیر با یک عدد طبیعی ارزش گذاری شده‌اند. ارزش دایره‌ی سمت چپ بالا، x است. اعدادی که در شکل نشان داده شده است، حاصل ضرب ارزش دایره‌هایی است که آن ناحیه بین آن‌ها مشترک است. $x+k$ چه قدر است؟



۳۰- از سه رقم مختلف غیر صفر استفاده کردیم و شش تا عدد سه رقمی متفاوت نوشتیم. حاصل جمع پنج تا از آن‌ها، ۳۲۳۱ شده است. عدد ششم چیست؟